

## 静电场中的导体 (1)

1. 正电荷  $+Q$  位于导体球壳球心, 则由静电平衡有: 导体球壳内表面会感应出  $-Q$  电量; 导体球壳上总电量为  $-3Q$  保持守恒, 导体球壳外表面的电量为  $-2Q$ ; 导体球壳内部在  $a$  到  $b$  之间的电场强度处处为零。 **本题选 (C)**

2. 正点电荷  $+q$  位于空腔的球心处, 则静电平衡有: 空腔导体球内表面会感应出  $-q$  的电量, 注意: 内表面  $-q$  的分布与球心处  $+q$  的位置有关; 空腔导体球外表面会出现  $+q$  的电量, 注意: 外表面  $+q$  的分布与球心处  $+q$  的位置无关, 只与外表面的形状有关, 由于外表面是球面, 外表面上电荷  $+q$  均匀分布。 **本题选 (A)**

**注意: 题目中缺少“正点电荷  $+q$ ”的条件, 所以内表面上不一定均匀分布!**

3. 库仑定律适用于两点电荷之间的作用力, 即把导体球  $+Q$  看成点电荷, 忽略静电感应, 则导体球  $+Q$  和点电荷  $+q$  之间的库仑力大小:  $F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cdot q}{r^2}$ ;

$$F_C = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cdot q}{r^2};$$

若考虑到导体球的静电感应, 设导体球右侧感应出负电荷为  $-q'$ , 导体球左侧电荷电量为  $Q+q'$ , 并且设右侧负感应电荷  $-q'$  的等效中心距球心  $O$  的距离为  $b$ , 左侧电荷  $Q+q'$  等效中心距球心  $O$  的距离为  $a$ , 则负感应电荷  $-q'$

与球外点电荷  $+q$  的作用力:  $F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q' \cdot q}{(r-b)^2}$ , 由于  $\frac{1}{(r-b)^2} > \frac{1}{r^2} \Rightarrow F_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q' \cdot q}{(r-b)^2} < \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q' \cdot q}{r^2}$ ;

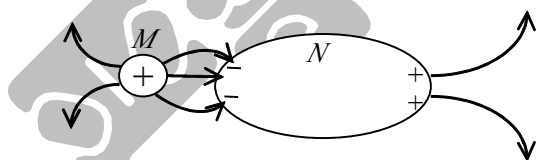
左侧电荷  $Q+q'$  与点电荷  $+q$  的作用力:  $F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Q+q') \cdot q}{(r+a)^2}$ ,

由于  $\frac{1}{(r+a)^2} < \frac{1}{r^2} \Rightarrow F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Q+q') \cdot q}{(r+a)^2} < \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Q+q') \cdot q}{r^2}$ ,

那么, 考虑到静电感应, 导体球  $+Q$  和点电荷  $+q$  之间的作用力:

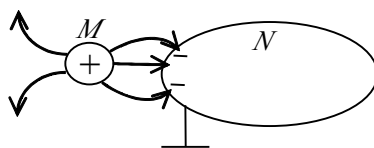
$$F = F_1 + F_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q' \cdot q}{(r-b)^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Q+q') \cdot q}{(r+a)^2} < \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{-q' \cdot q}{r^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{(Q+q') \cdot q}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q \cdot q}{r^2} = F_C. \quad \text{选(B)}$$

4. 金属导体  $N$  静电平衡后, 导体  $N$  左侧会感应出负电荷, 右侧会感应出正电荷, 空间的电场线分布如图  $a$  所示:



(第4题图 a)

⇒



(第4题图 b)

若将  $N$  接地, 则导体  $N$  的电势:  $V_N = V_\infty = 0$ , 由于导体  $N$  和无穷远处电势相等, 都为零, 那么  $N$  右侧正电荷发出的电场线不能存在, 因为沿电场线方向电势降低。所以导体  $N$  上右侧正电荷不能存在, 正感应电荷被大地中和, 如图  $b$  所示。 **本题选 (B)**

5. 中空金属球空腔中无电荷时, 金属球带电全部分布在外表面, 电荷面密度为  $\sigma = 6.37 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$ , 半径为  $R_2 = 0.25 \text{ m}$ , 金属球带电量:  $Q = \sigma \cdot 4\pi R_2^2 = 5 \times 10^{-6} \text{ C}$ ; 现将  $q = 5 \mu\text{C}$  的电荷放入空腔内, 空腔内表面感应电荷为  $q' = -5 \mu\text{C}$ , 金属球外表面电量为  $Q + q = 1 \times 10^{-5} \text{ C}$ , 金属球外表面电荷面密度变为:

$$\sigma' = \frac{Q+q}{4\pi R_2^2} = 1.274 \times 10^{-5} \text{ C/m}^2, \text{ 金属球外表面场强大小: } E = \frac{\sigma'}{\varepsilon_0} = 1.44 \times 10^6 \text{ V/m}.$$

6. 题目有误!

7. 点电荷  $-Q$  位于空腔导体内, 静电平衡后, 空腔导体内表面感应电荷的电量为  $+Q$ , 空腔导体原来电中性, 不带电, 则空腔导体外表面感应电荷的电量为  $-Q$ ; 所以空腔导体外表面的净余电荷总量是  $-Q$ , 空腔导体内表面的净余电荷总量是  $+Q$ .

如果空腔导体接地, 空腔导体的电势  $V_{\text{空腔}} = V_{\infty} = 0$ , 空腔导体和无穷远处电势都为零, 则空腔外表面以外的电场线不能存在, 即要求外表面感应电荷  $-Q$  不能存在, 外表面不带电, 空腔外表面的净余电荷总量是  $0$ , 空腔内表面的净余电荷总量仍是  $+Q$ , 所以空腔内、外表面的净余电荷总量是  $+Q$ .

8. 设水平向右为  $x$  轴正方向, 导体平板左右两侧电荷面密度分别为  $\sigma_1$  和  $\sigma_2$ , 则  $\sigma_1 + \sigma_2 = \sigma$ ;

由电场叠加原理, 导体板内部任一点 P 的场强:  $E_p = E_0 + \frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0} - \frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0} = 0$ ; (导体内部场强处处为零)

$$\text{联立 } \begin{cases} \sigma_1 + \sigma_2 = \sigma \\ 2\varepsilon_0 E_0 + \sigma_1 - \sigma_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sigma_1 = \frac{\sigma}{2} - \varepsilon_0 E_0 \\ \sigma_2 = \frac{\sigma}{2} + \varepsilon_0 E_0 \end{cases} \Rightarrow \text{导体平板左右两侧场强: } \begin{cases} E_1 = -\frac{\sigma_1}{\varepsilon_0} = E_0 - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \\ E_2 = \frac{\sigma_2}{\varepsilon_0} = E_0 + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \end{cases}.$$

9. 题目中“两个同心球壳”应该为“两个同心导体球壳”。

由于小导体球壳空腔内无电荷, 小球壳带电  $+2Q$  均匀分布在半径为  $b$  的小球壳外表面; 大球壳内表面感应出  $-2Q$ , 大球壳原来带电  $+4Q$ , 则大球壳外表面带电为  $+6Q$ , 均匀分布在半径为  $d$  的大球壳外表面。

(1)  $a < r < b$ , 在小球壳内部作一半径为  $r$  的同心球面  $S_1$  为高斯面, 包围电荷为  $0$ ,

$$\oint_{S_1} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} 0 \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} 0 \Rightarrow E = 0;$$

(2)  $c < r < d$ , 在大球壳内部作一半径为  $r$  的同心球面  $S_2$  为高斯面, 包围电荷为  $2Q + (-2Q) = 0$ ,

$$\oint_{S_2} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} 0 \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} 0 \Rightarrow E = 0;$$

(3)  $r > d$ , 在大球壳外作一半径为  $r$  的同心球面  $S_3$  为高斯面, 包围电荷为  $2Q + (-2Q) + 6Q = 6Q$ ,

$$\oint_{S_3} \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{\varepsilon_0} 6Q \Rightarrow E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} 6Q \Rightarrow E = \frac{3Q}{2\pi \varepsilon_0 r^2};$$

综上所述, 各区域中电场强度的大小:  $E = \begin{cases} 0 & (a < r < b) \\ 0 & (c < r < d), \text{ 可验证导体中场强处处为零。} \\ \frac{3Q}{2\pi\epsilon_0 r^2} & (r > d) \end{cases}$

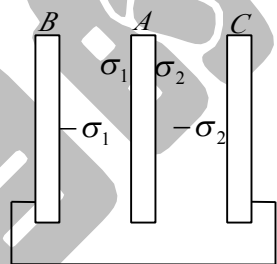
10. 三块平行导体板, 设中间板为 A, 左右侧板分别为 B 和 C. 由于 A 板左表面电荷面密度为  $\sigma_1$ , 右表面电荷面密度为  $\sigma_2$ , 静电平衡后, B 板右表面感应电荷面密度为  $-\sigma_1$ , C 板左表面感应电荷面密度为  $-\sigma_2$ , 则

A 和 B 板之间电场强度大小:  $E_1 = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0}$ , 电势差:  $U_{AB} = V_A - V_B = E_1 \cdot d = \frac{\sigma_1}{\epsilon_0} d_1$ ;

A 和 C 板之间电场强度大小:  $E_2 = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0}$ , 电势差:  $U_{AC} = V_A - V_C = E_2 \cdot d = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} d_2$ ;

由于 B 和 C 板用导线相连, 电势相等, 即  $V_B = V_C \Rightarrow V_A - V_B = V_A - V_C$

即  $\frac{\sigma_1}{\epsilon_0} d_1 = \frac{\sigma_2}{\epsilon_0} d_2 \Rightarrow \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{d_2}{d_1}$ .



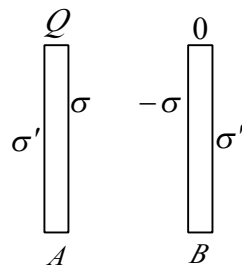
(第 10 题图)

11. (1) 金属平板静电平衡后, 金属平板 A 和 B 相邻两表面电荷电量等量异号, 设电荷面密度分别为  $\sigma$  和  $-\sigma$ ; 金属平板 A 和 B 最外边两表面电荷电量相等, 设电荷面密度为  $\sigma'$ , 如图 a, 则

$$\begin{cases} (\sigma + \sigma')S = Q \\ (\sigma' - \sigma)S = 0 \end{cases} \Rightarrow \sigma = \sigma' = \frac{Q}{2S}$$

金属平板 A 和 B 之间的电场强度大小:  $E = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{2\epsilon_0 S}$ ,

电势差:  $U_{AB} = E \cdot d = \frac{Q}{2\epsilon_0 S} d$ ;



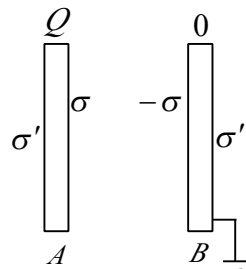
(第 11 题图 a)

(2) 若金属板 B 接地, 金属板 B 和无穷远处电势相等,  $V_B = V_\infty = 0$ ,

则金属板 B 右侧电荷不能存在, 即  $\sigma' = 0 \Rightarrow$  金属板 A 左侧电荷也为零, 金属板 A 带电量 Q 全部分布在 A 板右表面, 即  $\sigma = \frac{Q}{S}$ , 注意由于 B 板接地, B 板电荷不守恒。

此时, 金属平板 A 和 B 之间的电场强度大小:  $E' = \frac{\sigma}{\epsilon_0} = \frac{Q}{\epsilon_0 S}$ ,

电势差:  $U'_{AB} = E' \cdot d = \frac{Q}{\epsilon_0 S} d$ .



(第 11 题图 b)